

Learning Temple

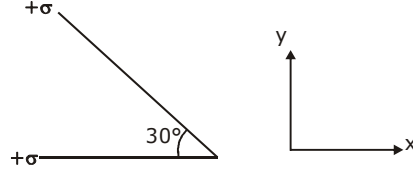
IIT/NEET ACADEMY

7th January 2020 _ SHIFT - 1

PHYSICS



1. Two infinite planes each with uniform surface charge density $+\sigma$ are kept in such a way that the angle between them is 30° . The electric field in the region shown between them is given by:



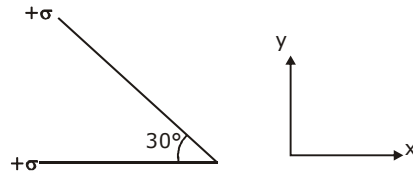
(A) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(1 + \sqrt{3}) \hat{y} - \frac{\hat{x}}{2} \right]$

(B) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{y} - \frac{\hat{x}}{2} \right]$

(C) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{y} + \frac{\hat{x}}{2} \right]$

(D) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(1 + \sqrt{3}) \hat{y} + \frac{\hat{x}}{2} \right]$

अनन्त लम्बाई और चौड़ाई वाले दो समतलों के बीच 30° का कोण बना हुआ है और उन पर एक समान पष्ठ घनत्व $+\sigma$ का आवेश है। इन समतलों के बीच दिखाये गये क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र होगा –



(A) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(1 + \sqrt{3}) \hat{y} - \frac{\hat{x}}{2} \right]$

(B) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{y} - \frac{\hat{x}}{2} \right]$

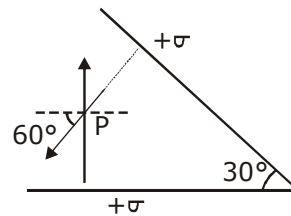
(C) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{y} + \frac{\hat{x}}{2} \right]$

(D) $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[(1 + \sqrt{3}) \hat{y} + \frac{\hat{x}}{2} \right]$

Sol. B

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \cos 60^\circ (-\hat{x}) + \left[\frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin 60^\circ \right] (\hat{y})$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \hat{y} - \frac{1}{2} \hat{x} \right]$$



2. A litre of dry air at STP expands adiabatically to a volume of 3 litres. If $\gamma = 1.40$, the work done by air is ($3^{1.4} = 4.6555$) [Take air to be an ideal gas]

(A) 100.8 J (B) 60.7 J (C) 48 J (D) 90.5 J

1 लीटर आयतन की शुष्क हवा जो कि मानक ताप व दाब (STP) पर है, रुद्धोष्म प्रक्रिया से प्रसारित होकर 3 लीटर आयतन की हो जाती है। यदि $\gamma = 1.40$, तो हवा द्वारा किये गये कार्य का मान है : ($3^{1.4} = 4.6555$)

[हवा को आदर्श गैस माने]

(A) 100.8 J (B) 60.7 J (C) 48 J (D) 90.5 J

Sol. D

$$P_1 = 1 \text{ atm}, T_1 = 273 \text{ K}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

$$P_2 = P_1 \left[\frac{V_1}{V_2} \right]^\gamma$$

$$= 1 \text{ atm} \left(\frac{1}{3} \right)^{1.4}$$

$$\text{now work done} = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{\gamma - 1} = 88.7 \text{ J}$$

Closest ans is 90.5 J

3. If the magnetic field in a plane electromagnetic wave is given by $\vec{B} = 3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{j}$ T, then what will be expression for electric field?

(A) $\vec{E} = (3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{j}) \text{ V/m}$

(B) $\vec{E} = (3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{i}) \text{ V/m}$

(C) $\vec{E} = (9 \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{k}) \text{ V/m}$

(D) $\vec{E} = (60 \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{k}) \text{ V/m}$

यदि एक समतल विद्युत-चुम्बकीय तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = 3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{j}$ T हो, तो इसका विद्युत क्षेत्र होगा –

(A) $\vec{E} = (3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{j} \text{ V/m})$

(B) $\vec{E} = (3 \times 10^{-8} \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{i} \text{ V/m})$

(C) $\vec{E} = (9 \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{k} \text{ V/m})$

(D) $\vec{E} = (60 \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{k} \text{ V/m})$

Sol. C

$$\frac{E_0}{B_0} = C \text{ (speed of light in vacuum)}$$

$$E_0 = B_0 C = 3 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^8$$

$$\text{So } E = 9 \sin(1.6 \times 10^3 x + 48 \times 10^{10} t) \hat{k} \text{ V/m}$$

4. A LCR circuit behaves like a damped harmonic oscillator. Comparing it with a physical spring-mass damped oscillator having damping constant 'b', the correct equivalence would be:

(A) $L \leftrightarrow k, C \leftrightarrow b, R \leftrightarrow m$

(B) $L \leftrightarrow m, C \leftrightarrow \frac{1}{k}, R \leftrightarrow b$

(C) $L \leftrightarrow m, C \leftrightarrow k, R \leftrightarrow b$

(D) $L \leftrightarrow \frac{1}{b}, C \leftrightarrow \frac{1}{m}, R \leftrightarrow \frac{1}{k}$

एक LCR परिपथ अवमंदित आवर्त दोलित्र (damped harmonic oscillator) की भांति व्यवहार करता है। यदि इसकी तुलना एक कमाने पर लगे द्रव्यमान (spring-mass) से बने अवमंदित आवर्त दोलित्र जिसका अवमंदन स्थिरांक 'b' हो, से करी जाये तो समतुल्य राशियाँ होगी –

(A) $L \leftrightarrow k, C \leftrightarrow b, R \leftrightarrow m$

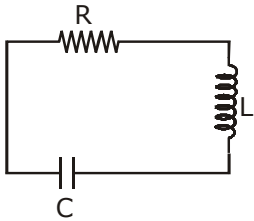
(B) $L \leftrightarrow m, C \leftrightarrow \frac{1}{k}, R \leftrightarrow b$

(C) $L \leftrightarrow m, C \leftrightarrow k, R \leftrightarrow b$

(D) $L \leftrightarrow \frac{1}{b}, C \leftrightarrow \frac{1}{m}, R \leftrightarrow \frac{1}{k}$

Sol. B

In damped oscillation
 $ma + bv + kx = 0$



$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

In the circuit

$$-iR - L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = 0$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0 \quad \dots(i)$$

Comparing equation (i) and (ii)

$$m = L, b = R, k = \frac{1}{C}$$

- 5.** Visible light of wavelength $6000 \times 10^{-8} \text{cm}$ falls normally on a single slit and produces a diffraction pattern. It is found that the second diffraction minimum is at 60° from the central maximum. If the first minimum is produced at θ_1 , then θ_1 is close to:

(A) 30° (B) 20° (C) 45° (D) 25°

प्रकाशिकी के एक प्रयोग में $6000 \times 10^{-8} \text{cm}$ तरंगदैर्घ्य का प्रकाश एक एकल शिरी पर लम्बवत् पड़ता है और एक विवर्तन पैटर्न बनाता है। इस पैटर्न में दूसरा विवर्तन न्यूनतम केन्द्रीय महत्तम से 60° कोण पर मिलता है। यदि इसका प्रथम न्यूनतम θ_1 पर हो, तो θ_1 निम्न में से किसके निकट है ?

(A) 30° (B) 20° (C) 45° (D) 25°

Sol. D

For 2nd minima

$$d \sin \theta = 2\lambda$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (given)}$$

$$\frac{\lambda}{d} = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad \dots(i)$$

So for 1st minima is

$$d \sin \theta = \lambda$$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{d} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ (from equation(i))}$$

$$\theta = 25.65^\circ \text{ (from sin table)}$$

$$\theta \approx 25^\circ$$

6. Consider a circular coil of wire carrying constant current I , forming a magnetic dipole. The magnetic flux through an infinite plane that contains the circular coil and excluding the circular coil area is given by Φ_i . The magnetic flux through the area of the circular coil area is given by Φ_0 . Which of the following option is correct?

(A) $\Phi_i < \Phi_0$ (B) $\Phi_i > \Phi_0$ (C) $\Phi_i = \Phi_0$ (D) $\Phi_i = -\Phi_0$

वर्तीय आकार की एक कुण्डली में विद्युत धारा I बह रही है, जिसके कारण वह एक चुम्बकीय द्वि-ध्रुव की भांति है। यदि एक अनन्त सतह, जिसमें यह कुण्डली है, परन्तु जिससे कुण्डली वाला वर्तीय क्षेत्र निकला हुआ हो, से होकर जाने वाले फ्लक्स का मान Φ_i हो और कुण्डली के क्षेत्र से होकर जाने वाले फ्लक्स का मान Φ_0 हो, तो निम्नलिखित में से कौनसा विकल्प सही है ?

(A) $\Phi_i < \Phi_0$ (B) $\Phi_i > \Phi_0$ (C) $\Phi_i = \Phi_0$ (D) $\Phi_i = -\Phi_0$

Sol. D

As magnetic field lines always form a closed loop, hence every magnetic field line creating magnetic flux in the inner region must be passing through the outer region. Since flux in two regions are in opposite direction.

$$\therefore \phi_i = -\phi_0$$

7. The radius of gyration of a uniform rod of length l , about an axis passing through a point $\frac{l}{4}$ away from the centre of the rod, and perpendicular to it, is:

(A) $\frac{1}{8} l$ (B) $\frac{1}{4} l$ (C) $\sqrt{\frac{7}{48}} l$ (D) $\sqrt{\frac{3}{8}} l$

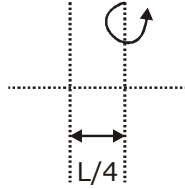
लम्बाई l की एक एकसमान छड़ के लम्बवत् और इसके केन्द्र से $\frac{l}{4}$ दूरी पर गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष छड़ की परिभ्रमण त्रिज्या (radius of gyration) का मान है –

(A) $\frac{1}{8} l$ (B) $\frac{1}{4} l$ (C) $\sqrt{\frac{7}{48}} l$ (D) $\sqrt{\frac{3}{8}} l$

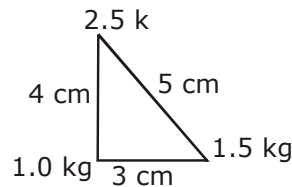
$$\frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{4}\right)^2 = MK^2$$

$$\frac{L^2}{12} + \frac{L^2}{16} = K^2$$

$$K = \sqrt{\frac{7}{48}}L$$

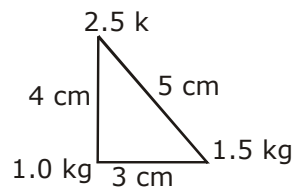


8. Three point particles of masses 1.0 kg, 1.5 kg and 2.5 kg are placed at three corners of a right angle triangle of sides 4.0 cm, 3.0 cm and 5.0 cm as shown in the figure. The center of mass of the system is at a point :



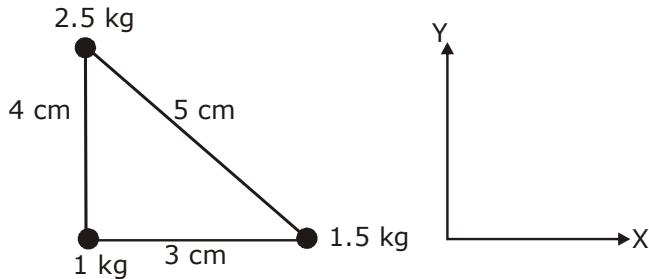
- (A) 0.9 cm right and 2.0 cm above 1 kg mass
 (B) 1.5 cm right and 1.2 cm above 1 kg mass
 (C) 0.6 cm right and 2.0 cm above 1 kg mass
 (D) 2.0 cm right and 0.9 cm above 1 kg mass

एक समकोण त्रिभुज जिसकी तीन भुजाएँ 4.0 cm, 3.0 cm तथा 5.0 cm लम्बी हैं, के कोनों पर 1.0 kg, 1.5 kg तथा 2.5 kg द्रव्यमान के तीन कण रखे हुए हैं, (चित्र देखें)। इस निकाय का संहति केन्द्र जिस बिन्दु पर है, वह –



- (A) 1 kg द्रव्यमान के 0.9 cm दांयी ओर और इससे 2.0 cm उपर की ओर है।
 (B) 1 kg द्रव्यमान के 1.5 cm दांयी ओर और 1.2 cm उपर की ओर है।
 (C) 1 kg द्रव्यमान के 0.6 cm दांयी ओर और 2.0 cm उपर की ओर है।
 (D) 1 kg द्रव्यमान के 2.0 cm दांयी ओर और 0.9 cm उपर की ओर है।

Sol. A
Take 1 kg mass at origin



$$X_{\text{cm}} = \frac{1 \times 0 + 1.5 \times 3 + 2.5 \times 0}{5} = 0.9 \text{ cm}$$

$$Y_{\text{cm}} = \frac{1 \times 0 + 1.5 \times 0 + 2.5 \times 4}{5} = 2 \text{ cm}$$

9. If we need a magnification of 375 from a compound microscope of tube length 150 mm and an objective of focal length 5 mm, the focal length of the eye-piece, should be close to:

- (A) 22 mm (B) 12 mm (C) 2 mm (D) 33 mm

यदि एक 150 mm ट्यूब की लम्बाई वाले संयुक्त सूक्ष्मदर्शी (माइक्रोस्कोप) में 375 गुने आवर्धन की आवश्यकता हो तथा इसके अभिदृश्यक (objective) लेंस की फोकस दूरी 5 mm हो, तो इसके नेत्रिका (eye-piece) लेंस की फोकस दूरी निम्न में से किसके निकट होगी ?

- (A) 22 mm (B) 12 mm (C) 2 mm (D) 33 mm

Sol.

$$M.P = \frac{L}{f_0} \left(1 + \frac{D}{f_e} \right); 375 = \frac{150}{5} \left[1 + \frac{25}{f_e} \right]$$

$$\frac{375}{30} = 1 + \frac{25}{f_e}$$

$$\frac{345}{30} = \frac{25}{f_e}$$

$$f_e = \frac{750}{345} = 2.17 \text{ cm};$$

$$f_e \approx 22 \text{ mm}$$

Case-II

If final image is at infinity

$$M.P. = \frac{L}{f_0} \left(\frac{D}{f_e} \right) = 375$$

$$f_e = 22 \text{ mm}$$

- 10.** A long solenoid of radius R carries a time (t) - dependent current $I(t) = I_0 t(1 - t)$. A ring of radius $2R$ is placed coaxially near its middle. During the time interval $0 \leq t \leq 1$, the induced current (I_R) and the induced EMF (V_R) in the ring change as:

- (A) At $t = 0.5$ direction of I_R reverses and V_R is zero
 (B) Direction of I_R remains unchanged and V_R is maximum at $t = 0.5$
 (C) At $t = 0.25$ direction of I_R reverses and V_R is maximum
 (D) Direction of I_R remains unchanged and V_R is zero at $t = 0.25$

त्रिज्या R की एक लम्बी परिनालिका (solenoid) में $I(t) = I_0 t(1 - t)$ मान की समय (t) के साथ बदलती हुई विद्युत धारा बह रही है। इसके बीच के हिस्से के पास $2R$ त्रिज्या की एक समाक्ष रिंग (ring) रखी हुई है। समय अन्तराल $0 \leq t \leq 1$ में रिंग में प्रेरित विद्युत धारा (I_R) व प्रेरित विद्युत-वाहक बल (V_R) किस प्रकार से बदलते हैं ?

- (A) $t = 0.5$ पर I_R की दिशा उलट जाती है और V_R शून्य है।
 (B) I_R की दिशा एक समान रहती है और $t = 0.5$ पर V_R अधिकतम है।
 (C) $t = 0.25$ पर I_R की दिशा उलट जाती है और V_R अधिकतम है।
 (D) I_R की दिशा एक समान रहती है और $t = 0.25$ पर V_R शून्य है।

Sol.

$$I = I_0 t - I_0 t^2$$

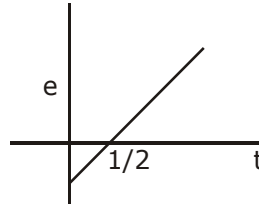
$$\phi = BA$$

$$\phi = \mu_0 n I A$$

$$V_R = \frac{-d\phi}{dt} = -\mu_0 n A I_0 (1 - 2t)$$

$$V_R = 0 \text{ at } t = \frac{1}{2}$$

$$\text{and } I_R = \frac{V_R}{\text{Resistance of loop}}$$



- 11.** A 60 HP electric motor lifts an elevator having a maximum total load capacity of 2000 kg. If the frictional force on the elevator is 4000 N, the speed of the elevator at full load is close to : (1 HP = 746 W, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

- (A) 1.5 ms^{-1} (B) 2.0 ms^{-1} (C) 1.9 ms^{-1} (D) 1.7 ms^{-1}

अधिकतम 2000 kg की कुल भार क्षमता वलो एक एलीवेटर को 60 HP वाला एक मोटर उपर की ओर उठाता है। यदि एलीवेटर पर लगने वाला घर्षण बल 4000 N हो, तो पूरी क्षमता से भरे हुए एलीवेटर की गति निम्न में से किसके निकटतम है ?

(1 HP = 746 W, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$)

- (A) 1.5 ms^{-1} (B) 2.0 ms^{-1} (C) 1.9 ms^{-1} (D) 1.7 ms^{-1}

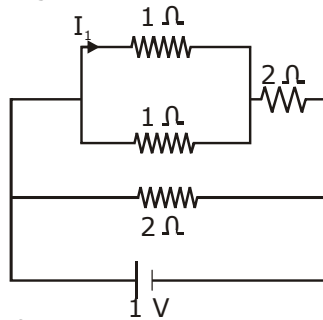
Sol. C

$$4000 \times V + mg \times V = P$$

$$\frac{60 \times 746}{4000 + 20000} = V$$

$$V = 1.86 \text{ m/s} = 1.9 \text{ m/s}$$

12. The current I_1 (in A) flowing through 1Ω resistor in the following circuit is :



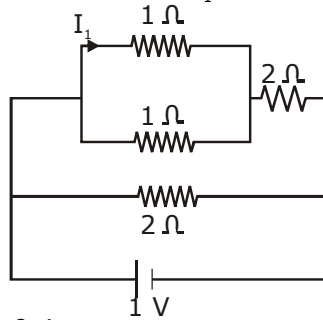
(A) 0.2

(B) 0.4

(C) 0.5

(D) 0.25

दिये गये परिपथ में 1Ω प्रतिरोधक से बहने वाली विद्युत धारा I_1 का मान (A में) है -



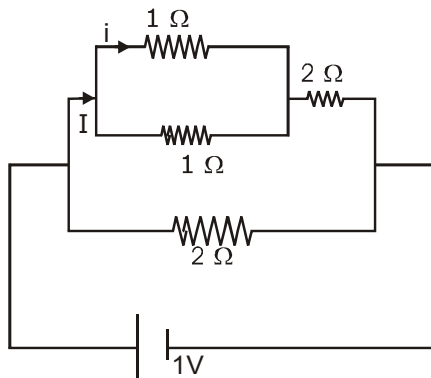
(A) 0.2

(B) 0.4

(C) 0.5

(D) 0.25

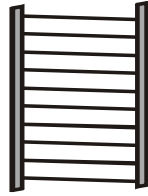
Sol.



$$I = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ A}$$

$$i = \frac{I}{2} = 0.2 \text{ A}$$

13. A parallel plate capacitor has plates of area A separated by distance ' d ' between them. It is filled with a dielectric which has a dielectric constant that varies as $k(x) = K(1 + \alpha x)$ where ' x ' is the distance measured from one of the plates. If $(\alpha d) \ll 1$, the total capacitance of the system is best given the expression :



(A) $\frac{AK\varepsilon_0}{d}(1 + \alpha d)$

(B) $\frac{AK\varepsilon_0}{d}\left(1 + \frac{\alpha d}{2}\right)$

(C) $\frac{A\varepsilon_0 K}{d}\left(1 + \frac{\alpha^2 d^2}{2}\right)$

(D) $\frac{A\varepsilon_0 K}{d}\left(1 + \left(\frac{\alpha d}{2}\right)^2\right)$

समानान्तर प्लेटों से बने एक संधारित्र की प्लेटों का क्षेत्रफल A है तथा उनके बीच की दूरी ' d ' है। इन प्लेटों के बीच एक परावैद्युत पदार्थ भरा हुआ है, जिसका परावैद्युतांक $k(x) = K(1 + \alpha x)$ है। यहाँ पर ' x ' किसी एक प्लेट से दूरी है। यदि $(\alpha d) \ll 1$ हो, तो इस संधारित्र की धारिता का उपयुक्त मान होगा -



(A) $\frac{AK\varepsilon_0}{d}(1 + \alpha d)$

(B) $\frac{AK\varepsilon_0}{d}\left(1 + \frac{\alpha d}{2}\right)$

(C) $\frac{A\varepsilon_0 K}{d}\left(1 + \frac{\alpha^2 d^2}{2}\right)$

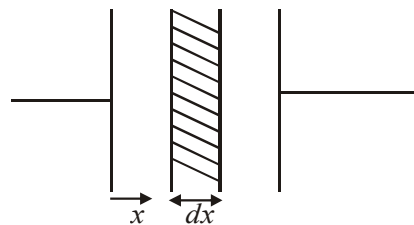
(D) $\frac{A\varepsilon_0 K}{d}\left(1 + \left(\frac{\alpha d}{2}\right)^2\right)$

Sol. B

$$\text{Capacitance of element} = \frac{K\varepsilon_0 A}{dx}$$

$$\text{Capacitance of element} = C' = \frac{K(1 + \alpha x)\varepsilon_0 A}{dx}$$

$$\sum \frac{1}{C'} = \int_0^d \frac{dx}{k\varepsilon_0 A(1 + \alpha x)}$$



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{k\epsilon_0 A \alpha} \ln(1 + \alpha d)$$

$$\alpha d \ll 1$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{k\epsilon_0 A \alpha} \left(\alpha d - \frac{\alpha^2 d^2}{2} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{d}{k\epsilon_0 A} \left(1 - \frac{\alpha d}{2} \right)$$

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d} \left(1 + \frac{\alpha d}{2} \right)$$

14. Two moles of an ideal gas with $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ are mixed with 3 moles another ideal gas with $\frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3}$.

The value of $\frac{C_p}{C_v}$ for the mixture is :

- (A) 1.42 (B) 1.50 (C) 1.45 (D) 1.47

एक आदर्श गैस, जिसके लिये $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$ है, के दो मोल को एक दूसरी आदर्श गैस, जिसके लिये $\frac{C_p}{C_v} = \frac{4}{3}$ है, के 3 मोल से

मिलाया जाता है। गैसों के इस मिश्रण के लिये $\frac{C_p}{C_v}$ का मान है –

- (A) 1.42 (B) 1.50 (C) 1.45 (D) 1.47

Sol.
$$\gamma_{\text{mixture}} = \frac{n_1 C_{p_1} + n_2 C_{p_2}}{n_1 C_{v_1} + n_2 C_{v_2}} = \frac{n_1 \frac{\gamma_1 R}{\gamma_1 - 1} + n_2 \frac{\gamma_2 R}{\gamma_2 - 1}}{\frac{n_1 R}{\gamma_1 - 1} + \frac{n_2 R}{\gamma_2 - 1}}$$

on rearranging we get

$$\frac{n_1 + n_2}{\gamma_{\text{mix}} - 1} = \frac{n_1}{\gamma_1 - 1} + \frac{n_2}{\gamma_2 - 1};$$

$$\frac{5}{\gamma_{\text{mix}} - 1} = \frac{3}{1/3} + \frac{2}{2/3}$$

$$\frac{5}{\gamma_{\text{mix}} - 1} = 9 + 3 = 12$$

$$\Rightarrow \gamma_{\text{mixture}} = \frac{17}{12} = 1 + \frac{5}{12} \quad ; \quad \gamma_{\text{mix}} = 1.42$$

- 15.** A satellite of mass m is launched vertically upwards with an initial speed u from the surface of the earth. After it reaches height R ($R =$ radius of the earth), it ejects a rocket of mass $\frac{m}{10}$ so that subsequently the satellite moves in a circular orbit. The kinetic energy of the rocket is (G is the gravitational constant; M is the mass of the earth)

(A) $\frac{3m}{8} \left(u + \sqrt{\frac{5GM}{6R}} \right)^2$

(B) $\frac{m}{20} \left(u^2 + \frac{113 GM}{200 R} \right)$

(C) $\frac{m}{20} \left(u - \sqrt{\frac{2GM}{3R}} \right)^2$

(D) $5m \left(u^2 - \frac{119GM}{200R} \right)$

द्रव्यमान m के एक उपग्रह को पृथ्वी की सतह से उर्ध्वाधर दिशा में उपर की ओर u गति से प्रक्षेपित किया जाता है। जब यह उपग्रह

R ($R =$ पृथ्वी की त्रिज्या) की उंचाई पर पहुँचता है, तो यह $\frac{m}{10}$ द्रव्यमान के एक रॉकेट का उत्क्षेपण (ejection) इस प्रकार से करता है कि उपग्रह तत्पश्चात् एक वृत्तीय कक्षा में चलने लगता है। उत्क्षेपित रॉकेट की गतिज उर्जा है (G गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक व M पृथ्वी का द्रव्यमान है)

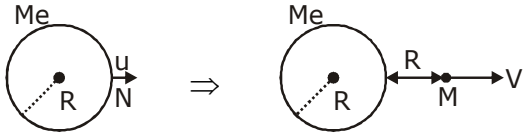
(A) $\frac{3m}{8} \left(u + \sqrt{\frac{5GM}{6R}} \right)^2$

(B) $\frac{m}{20} \left(u^2 + \frac{113 GM}{200 R} \right)$

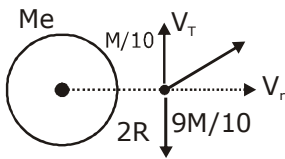
(C) $\frac{m}{20} \left(u - \sqrt{\frac{2GM}{3R}} \right)^2$

(D) $5m \left(u^2 - \frac{119GM}{200R} \right)$

Sol.
$$\frac{-GM_e M}{R} + \frac{1}{2} M u^2 = \frac{-GM_e M}{2R} + \frac{1}{2} M v^2$$



$$v = \sqrt{u^2 - \frac{GM_e}{R}}$$



V_T → Transverse velocity of rocket

V_R → Radial velocity of rocket

$$\frac{M}{10} V_T = \frac{9M}{10} \sqrt{\frac{GM_e}{2R}}$$

$$\frac{M}{10} V_R = M \sqrt{u^2 - \frac{GM_e}{R}}$$

$$\text{Kinetic energy} = \frac{1}{2} \frac{M}{10} (V_T^2 + V_R^2) = \frac{M}{20} \left(81 \frac{GM_e}{2R} + 100u^2 - 100 \frac{GM_e}{R} \right)$$

$$= \frac{M}{20} \left(100u^2 - \frac{119GM_e}{2R} \right) = 5M \left(u^2 - \frac{119GM_e}{200R} \right)$$

- 16.** Speed of a transverse wave on a straight wire (mass 6.0 g, length 60 cm and area of cross-section 1.0 mm^2) is 90 ms^{-1} . If the Young's modulus of wire is $16 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$, the extension of wire over its natural length is :

(A) 0.03 mm (B) 0.04 mm (C) 0.02 mm (D) 0.01 mm

6.0 ग्राम द्रव्यमान के एक 60 cm लम्बे तार पर अनुप्रस्थ तरंगों की गति 90 ms^{-1} हैं। यदि तार का यंग का गुणांक $16 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ और

इसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 1.0 mm^2 हो, तो तार में हुए प्रसार का मान है।

(A) 0.03 mm (B) 0.04 mm (C) 0.02 mm (D) 0.01 mm

Sol. A

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$T = \mu v^2$$

$$\frac{\mu v^2}{A} = Y \frac{\Delta l}{l}$$

$$\Delta l = \frac{\mu v^2 l}{AY}$$

after substituting value of μ, v, l, A and Y we get

$$\Delta l = 0.03\text{mm}$$

- 17.** The time period of revolution of electron in its ground state orbit in a hydrogen atom is 1.6×10^{-16} s. The frequency of revolution of the electron in its first excited state (in s^{-1}) is :
- (A) 6.2×10^{15} (B) 7.8×10^{14} (C) 5.6×10^{12} (D) 1.6×10^{14}

एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन इसकी न्यूनतम उर्जा की कक्षा में 1.6×10^{-16} s में एक परिक्रमण पूरा करता है। पहली उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन की परिक्रमण आवृत्ति (frequency of revolution) होगी (s^{-1} में) :

- (A) 6.2×10^{15} (B) 7.8×10^{14} (C) 5.6×10^{12} (D) 1.6×10^{14}

Sol. $T \propto \frac{n}{v} \propto \frac{n^2}{Z} \times \frac{n}{Z} \propto \frac{n^3}{Z^2}$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n_1^3}{n_2^3} = \frac{1}{8}$$

$$T_2 = 8T_1$$

$$8 \times 1.6 \times 10^{-16} = 12.8 \times 10^{-16}$$

$$f_2 = \frac{1}{12.8 \times 10^{-16}} \approx 7.8 \times 10^{14}$$

- 18.** A polarizer - analyser set is adjusted such that the intensity of light coming out of the analyser is just 10% of the original intensity. Assuming that the polarizer - analyser set does not absorb any light, the angle by which the analyser need to be rotated further to reduce the output intensity to be zero, is :

- (A) 71.6° (B) 45° (C) 18.4° (D) 90°

एक ध्रुवक-विश्लेषक युग्म (polarizer - analyser set) को इस प्रकार से समायोजित किया गया है कि विश्लेषक से निकलकर आने वाले प्रकाश की तीव्रता मूल प्रकाश की 10% है। यदि इस युग्म में प्रकाश का अवशोषण न होता हो, तो विश्लेषक को कितने मान के कोण से घुमाने पर उससे बाहर आने वाले प्रकाश की तीव्रता शून्य हो जायेगी ?

- (A) 71.6° (B) 45° (C) 18.4° (D) 90°

Sol.

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

$$\frac{I_0}{10} = I_0 \cos^2 \theta$$

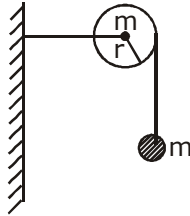
$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} = 0.31 < \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ which is } 0.707$$

So $\theta > 45^\circ$ and $90 - \theta < 45^\circ$ so only one option is correct.

i.e; 18.4

angle rotated should be = $90^\circ - 71.6^\circ = 18.4^\circ$

- 19.** As shown in the figure, a bob of mass m is tied by a massless string whose other end portion is wound on a fly wheel (disc) of radius r and mass m . When released from rest the bob starts falling vertically. When it has covered a distance of h , the angular speed of the wheel will be :



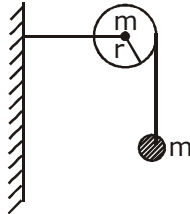
(A) $r\sqrt{\frac{3}{4gh}}$

(B) $r\sqrt{\frac{3}{2gh}}$

(C) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{2gh}{3}}$

(D) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{4gh}{3}}$

जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, m द्रव्यमान के गोलक को एक द्रव्यमानरहित डोर से लटकाया गया है। डोर को दूसरी ओर एक उपचक्र (disc) पर लपेटा हुआ है। उपचक्र की त्रिज्या r और द्रव्यमान m है। जब गोलक को विरामावस्था से छोड़ा जाता है, तो यह उर्ध्वाधर दिशा में गिरने लगता है। इस प्रकार गिरते हुए जब गोलक h दूरी तय कर ले तो उपचक्र की कोणीय गति होगी –



(A) $r\sqrt{\frac{3}{4gh}}$

(B) $r\sqrt{\frac{3}{2gh}}$

(C) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{2gh}{3}}$

(D) $\frac{1}{r}\sqrt{\frac{4gh}{3}}$

Sol. D

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

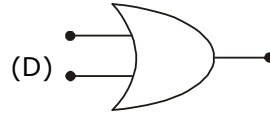
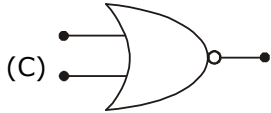
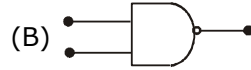
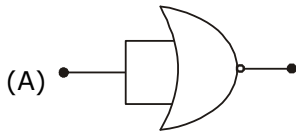
$$v = \omega R \text{ (no slipping)}$$

$$mgh = \frac{1}{2}m\omega^2R^2 + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{2}\omega^2$$

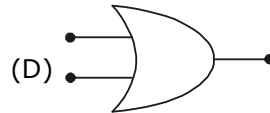
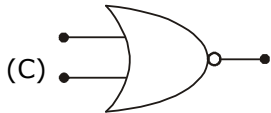
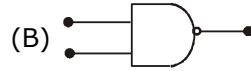
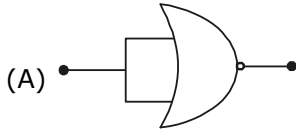
$$mgh = \frac{3}{4}m\omega^2R^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gh}{3R^2}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

20. Which of the following gives a reversible operation?



निम्न में से कौन एक उत्क्रमणीय संक्रिया देता है ?



Sol.

A logic gate is reversible if we can recover input data from the output. Eg. NOT gate.

21. A beam of electromagnetic radiation of intensity $6.4 \times 10^{-5} \text{ W/cm}^2$ is comprised of wavelength, $\lambda = 310 \text{ nm}$. It falls normally on a metal (work function $\phi = 2 \text{ eV}$) of surface area of 1 cm^2 . If one in 10^3 photons ejects an electron, total number of electrons ejected in 1 s is 10^x . ($hc = 1240 \text{ eVnm}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$), then x is _____.

तीव्रता $6.4 \times 10^{-5} \text{ W/cm}^2$ वाले विद्युत-चुम्बकीय विकिरण के एक किरणपुंज में तरंगदैर्घ्य $\lambda = 310 \text{ nm}$ है। यह किरण पुंज एक धातु (कार्य फलन $\phi = 2 \text{ eV}$) की सतह पर लम्बवत् 1 cm^2 क्षेत्रफल पर पड़ रहा है। यदि सतह पर पड़ने वाले 10^3 फोटॉनों में से केवल एक फोटॉन एक इलेक्ट्रॉन को निष्कासित करता हो और 1s में निष्कासित की संख्या 10^x हो, तो x का मान है ($hc = 1240 \text{ eVnm}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$)

Sol. 11

$$\text{Energy of proton } E = \frac{1240}{310} = 4\text{eV} > 2\text{eV} \text{ (so photoelectric effect will take place)}$$

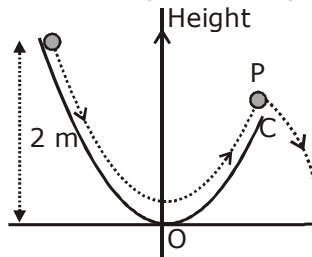
$$= 4 \times 1.6 \times 10^{-19} = 6.4 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

$$= \frac{6.4 \times 10^{-5} \times 1}{6.4 \times 10^{-19}} = 10^{14}$$

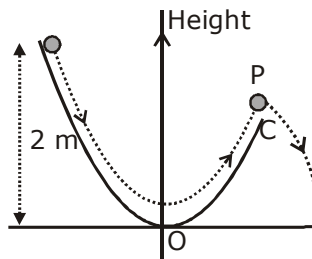
No of photoelectron emitted per second

$$= \frac{10^{14}}{10^3} = 10^{11}$$

- 22.** A particle ($m = 1 \text{ kg}$) slides down a frictionless track (AOC) starting from rest at a point A (height 2 m). After reaching C, the particle continues to move freely in air as a projectile. When it reaching its highest point P (height 1 m), the kinetic energy of the particle (in J) is : (Figure drawn is schematic and not to scale; take $g = 10\text{ms}^{-2}$) _____ .



चित्र में दिशाए गये घर्षणरहित पथ AOC पर 1kg द्रव्यमान का एक कण बिन्दु A (ऊँचाई 2 मीटर) से विरामावस्था से शुरू होकर नीचे की ओर फिसलता है। बिन्दु C पर पहुँचने के बाद यह एक प्रक्षेप्य (projectile) की तरह हवा में चलते रहता है। जब यह अपने उच्चतम बिन्दु P (ऊँचाई 1 मीटर) पर पहुँचेगा, तो इसकी गतिज उर्जा (J में) का मान होगा : (दिखाया गया चित्र सांकेतिक है, g का मान 10ms^{-2} लें) _____ .



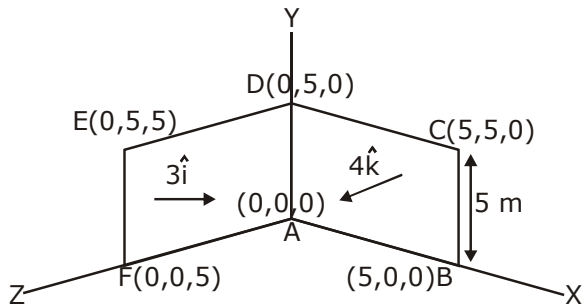
Sol. 10 J

$$\begin{aligned} \text{KE} &= \text{PE}_1 - \text{PE}_2 = mgh_1 - mgh_2 \\ &= 1 \times 10 \times 2 - 1 \times 10 \times 1 = 10 \text{ J} \end{aligned}$$

- 23.** A loop ABCDEFA of straight edges has six corner points A(0, 0, 0), B(5, 0, 0), C(5, 5, 0), D(0, 5, 0), E(0, 5, 5) and F(0, 0, 5). The magnetic field in this region is $\vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{k})\text{ T}$. The quantity of flux through the loop ABCDEFA (in Wb) is _____.
- ABCDEFA लूप की सभी भुजाएँ सीधी हैं और इसके छः कोने इस प्रकार हैं A(0, 0, 0), B(5, 0, 0), C(5, 5, 0), D(0, 5, 0), E(0, 5, 5) और F(0, 0, 5)। यदि इस क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{k})\text{ T}$ हो, तो लूप ABCDEFA से होकर जाने वाले फ्लक्स का मान (Wb में) होगा _____.

Sol. 175 Wb

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} (3\hat{i} + 4\hat{k}) \cdot (25\hat{i} + 25\hat{k})$$



$$\phi = (3 \times 25) + (4 \times 25) = 175 \text{ weber}$$

- 24.** A non-isotropic solid metal cube has coefficients of linear expansion as : $5 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ along the x-axis and $5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ along the y and the z-axis. If the coefficient of volume expansion of the solid is $C \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ then the value C is _____.
- धातु के बने हुए एक ठोस असमदैशिक घन के रेखीय प्रसार गुणांक इस प्रकार हैं : $5 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$, x-दिशा में तथा $5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, y तथा z-दिशाओं में। यदि इसका आयतन प्रसार गुणांक $C \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ हो, तो C का मान है –

Sol. 60

$$V = 2\alpha_2 + \alpha_1 = 10 \times 10^{-6} + 5 \times 10^{-5} = 60 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$$

- 25.** A Carnot engine operates between two reservoirs of temperatures 900 K and 300 K. The engine performs 1200 J of work per cycle. The heat energy (in J) delivered by the engine to the low temperature reservoir, in a cycle, is _____.
- एक कार्नो इंजन को 900 K तथा 300 K के दो उष्मा भण्डारों के बीच चलाया जाता है। इंजन प्रत्येक चक्र (cycle) में 1200 J परिमाण का कार्य करता है। इंजन निम्न ताप वाले उष्मा भण्डार में प्रति चक्र कितनी उष्मा (J में) छोड़ता है _____.

Sol. 600 J

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{300}{900} = \frac{2}{3}$$

$$Q_h = \frac{3}{2} W = 1800 \text{ J}$$

$$Q_L = Q_h - W = 600 \text{ J}$$